

SIGNIFICADO GEOMÉTRICO DE LA REGIÓN FACTIBLE Y DE LA FUNCIÓN DE GANANCIAS

BUSCAR LA SOLUCIÓN ÓPTIMA

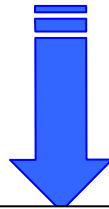
- Beneficios máximos
- Costes mínimos
- ...

Partiendo de...



FUNCIÓN QUE SE DEBE OPTIMIZAR

Esta sujeto a...



RESTRICCIONES

- Dinero disponible
- Capacidad de...
- ...

ENUNCIADO GENERAL

En un problema de programación lineal con dos variables, x e y , se trata de optimizar (hacer máxima o mínima, según los casos) una función, llamada función objetivo de la siguiente forma:

$$F(x, y) = px + qy$$

Sujeta a una serie de restricciones dadas mediante un sistema de desigualdades lineales del siguiente tipo:

$$\begin{aligned}
 a_1x + b_1y &\leq c_1 \\
 a_2x + b_2y &\leq c_2 \\
 &\dots\dots\dots \\
 a_nx + b_ny &\leq c_n
 \end{aligned}$$

Los puntos del plano que cumplen todas las desigualdades forman la región factible o región de validez y será en dichos puntos donde tendremos que buscar la solución óptima, o sea, debemos encontrar aquel punto de la región factible donde sea máxima o mínima, según se desee, la función objetivo.

IMPORTANTE: Pueden ocurrir los siguientes casos:

1. TENER SOLUCIÓN
 - UNA ÚNICA SOLUCIÓN (ESTARÁ EN UN VÉRTICE)
 - MÁS DE UNA SOLUCIÓN (ESTARÁN EN UN LADO DE LA REGIÓN FACTIBLE)
2. NO TENER SOLUCIÓN → SÓLO EN REGIONES ILIMITADAS

Nota : Los problemas de programación lineal con región limitada siempre tienen solución.

EJEMPLO DE PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL.

$$\text{Max } F(x, y) = 2x + y \quad \} \quad \text{Función que queremos maximizar (beneficios)}$$

sujeto a:

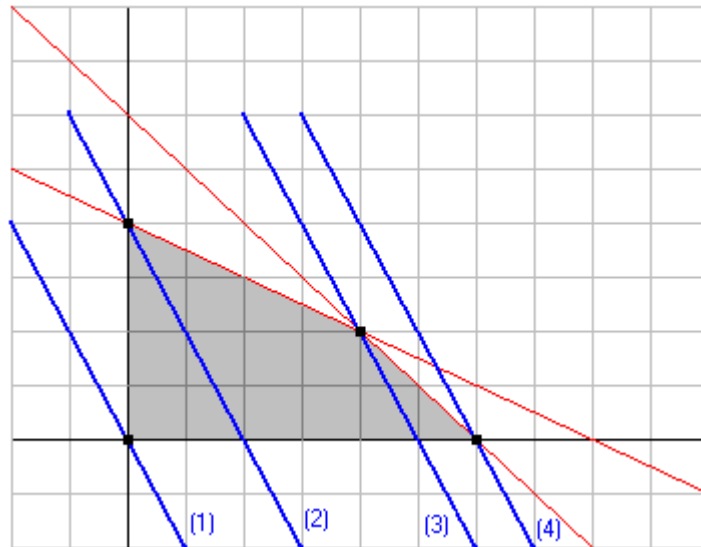
$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$x + y \leq 6$$

$$x + 2y \leq 8$$

} Restricciones de recursos, material, dinero, etc.



(1) corresponde a la recta $2x+y=0$ luego las ganancias en todos los puntos de dicha recta serán 0 unidades monetarias.

(2) corresponde a la recta $2x+y=4$ luego las ganancias en todos los puntos de dicha recta serán 4 unidades monetarias.

(3) corresponde a la recta $2x+y=10$ luego las ganancias en todos los puntos de dicha recta serán 10 unidades monetarias.

(4) corresponde a la recta $2x+y=12$, luego las ganancias en todos los puntos de dicha recta serán 12 unidades monetarias.

Luego, a medida que avanzamos por rectas paralelas a $2x+y=0$ por la región factible en la forma que indica la gráfica los beneficios aumenta, con lo cual, la solución será el punto de intersección de las rectas $x+y=6$ e $y=0$, que será el punto (6,0).

Las rectas (1), (2),(3) y (4) son las rectas de nivel asociadas a la función objetivo. Como vemos claramente en este ejemplo, la solución es única y se encuentra en un vértice de la región factible.